

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛЕЙ СКОРОСТЕЙ ТЫЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРЕГРАД ИЗ МАТЕРИАЛОВ С КУБИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ СВОЙСТВ

Кривошеина М.Н.^{1, 2}

¹ *Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия*

² *Томский государственный университет, Томск, Россия*

@ marina_nkr@mail.ru

Проведено математическое моделирование распространения ударных волн в материалах с кубической симметрией упругих свойств в различных направлениях. Актуальность исследований определяется тем фактом, что из монокристаллов с кубической симметрией упругих свойств изготавливают элементы конструкций, например, лопатки газотурбинных двигателей. Ударное нагружение таких элементов конструкций может происходить под любым углом относительно направлений кристаллографических осей. Исследования динамических механических свойств в натуральных экспериментах традиционно происходят в рамках ударного нагружения преград из исследуемого материала. Математическое моделирование процесса распространения ударных волн в преграде в рамках численных экспериментов в трехмерной постановке позволяет дополнить исследования динамических механических свойств анизотропных материалов. Это особенно актуально для материалов, характеризующихся кубической симметрией свойств, т.к. большинство из них обладают ауксетичностью из-за наличия отрицательных значений коэффициентов Пуассона. Проведено математическое моделирование распространения ударной волны в преграде, выполненной из монокристаллического сплава, обладающего кубической симметрией упругих свойств. В зависимости от ориентации кристаллографических осей (КГО) монокристалла относительно геометрии преграды в математической модели равномерной объемной деформации соответствует равномерное давление или анизотропное напряженное состояние. В работе методом конечных элементов проведены расчеты ударного нагружения преград из ВЖМ8 стальным ударником с начальной скоростью 600 м/с. Показано влияние на профили скоростей тыльной поверхности преграды применения различных математических моделей, связывающих объемные деформации и давление в материале преграды, а также ориентации КГО монокристалла относительно геометрии преграды. Деформирование преграды из монокристаллического сплава ВЖМ8 моделируется в рамках механики сплошной среды с использованием уравнения неразрывности и уравнений движения в трехмерной постановке. Для определения упругой деформации материала с кубической симметрией упругих свойств в случае произвольной ориентации расчетной системы координат относительно кристаллографических направлений связь полных упругих деформаций и напряжений может быть записана в виде обобщенного закона Гука с симметричной матрицей упругих податливостей.

Моделирование анизотропного давления в материалах с кубической симметрией упругих свойств

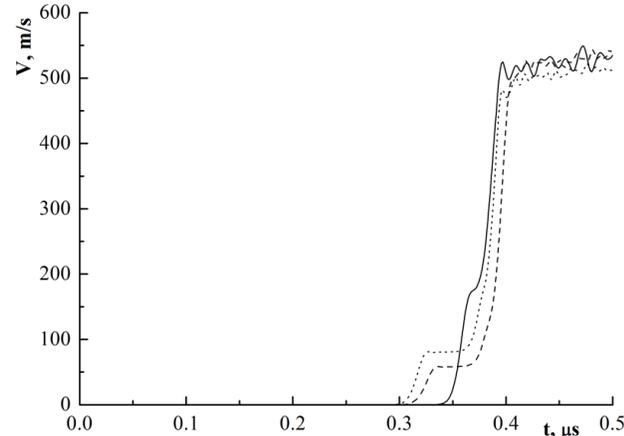
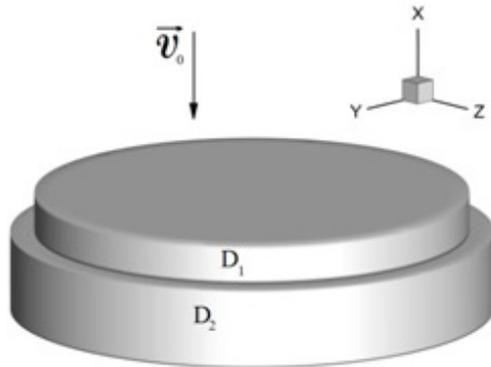
Тензор полных напряжений в общем случае раскладывается на девиаторную часть и анизотропное давление

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - P_e \cdot \lambda_{ij},$$

где S_{ij} – компоненты тензора девиаторов напряжений; λ_{ij} – обобщенный символ Кронекера; P_e – это сферическая часть тензора напряжений. В области упругих деформаций: $S_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$, $\lambda_{ij} = C_{ijkl}\delta_{kl} / 3K_a$, $K_a = C_{ijkl}\delta_{ij}\delta_{kl} / 9$, $P_e = \varepsilon_V C_{ijkl}\delta_{ij}\delta_{kl} / 3$,

где K_a – модуль объемного сжатия; δ_{kl} – символ Кронекера; ε_{kl} – компоненты тензора девиатора деформаций; C_{ijkl} – компоненты тензора упругих постоянных, ε_V – объемная деформация. Коэффициенты λ_{ij} равны единице в случае, если величина упругой податливости вдоль каждой оси координат постоянна. Точный учет анизотропии сжимаемости материала особенно важен при расчетах упругопластического деформирования и откольного разрушения анизотропных материалов.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{yz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}$$



Начальные участки профилей скорости свободных поверхностей преград для ударного нагружения вдоль направлений: пунктирная линия – вдоль [111], штриховая линия – вдоль [011], сплошная линия – вдоль [001]

В качестве критерия разрушения применялся критерий N. Jonhson (1971г.), в котором разрушение определяется объемом накопленных микрповреждений. Критическое значение объема накопленных микрповреждений составляет 30%. Давление при пластической деформации рассчитывалось по формуле Ми-Грюнайтзена. Если направления осей нагружения (направления расчетной системы координат) приводили к отличиям в величинах технических упругих постоянных, то величины давлений умножались на коэффициенты, вычисленные с помощью анизотропных величин технических упругих постоянных. В наших расчетах это было в двух случаях: когда ударное нагружение осуществлялось вдоль оси [001], а две другие оси [011] и [011], а также нагружение вдоль оси [011], а две другие оси [001] и [011].

Для анизотропных материалов скорости распространения всех волн зависят от направления. Для монокристаллического сплава в направлении [001]

$$v_l = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} = 5539 \text{ м/с}, v_{СТ} = \sqrt{\frac{E_{001}}{\rho}} = 3358.6 \text{ м/с},$$

в направлении [011]

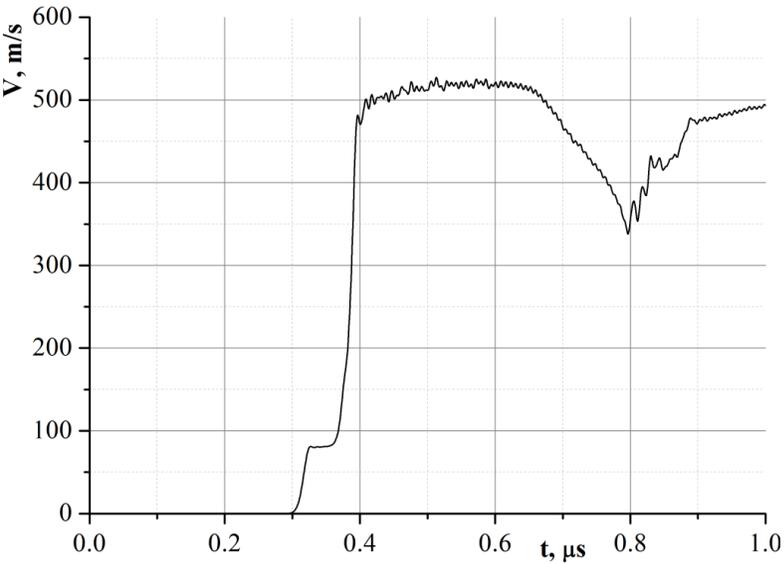
$$v_l = \sqrt{\frac{C_{11} + C_{12} + 2C_{44}}{2\rho}} = 6311 \text{ м/с}, v_{СТ} = \sqrt{\frac{E_{011}}{\rho}} = 4617.8 \text{ м/с},$$

в направлении [111]

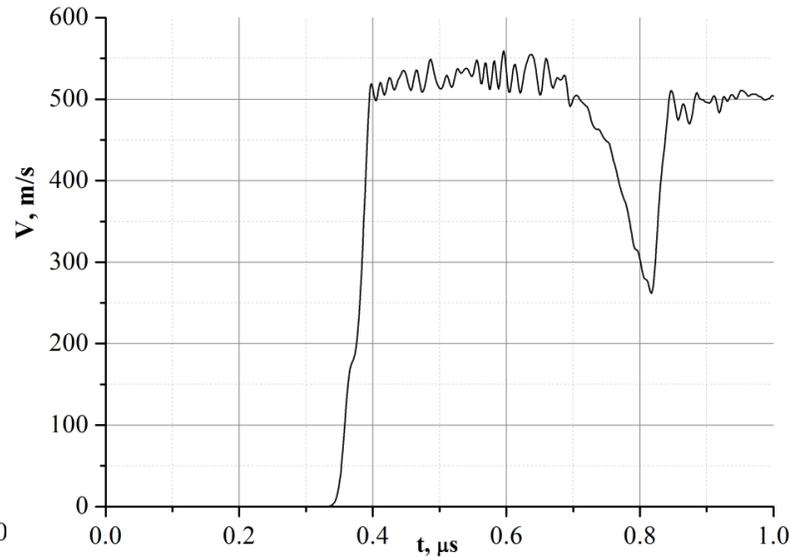
$$v_l = \sqrt{\frac{C_{11} + 2C_{12} + 4C_{44}}{3\rho}} = 6548 \text{ м/с}, v_{СТ} = \sqrt{\frac{E_{111}}{\rho}} = 5259.3 \text{ м/с},$$

где v_l – скорость распространения продольных волн, $v_{СТ}$ – стержневых волн, C_{11} , C_{12} , C_{44} – компоненты тензора упругих постоянных, E_{001} , E_{011} , E_{111} – значения модулей Юнга в соответствующих направлениях.

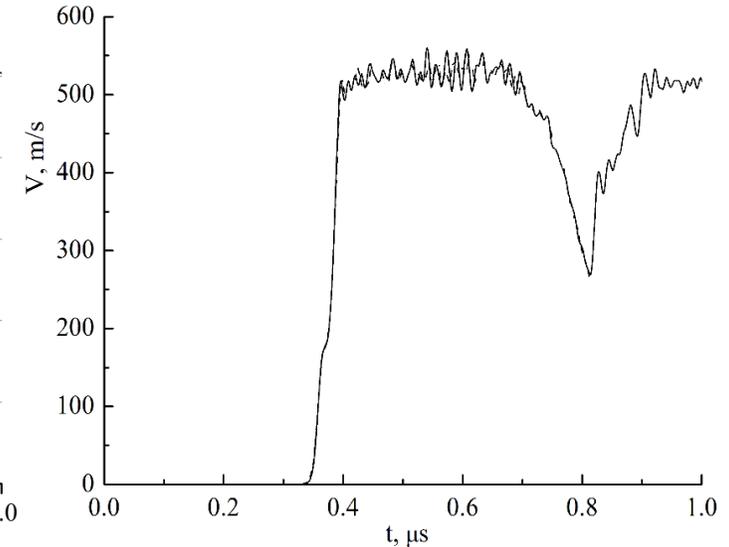
Изменения профилей скоростей тыльных поверхностей преград в зависимости от направления нагружения относительно кристаллографических осей



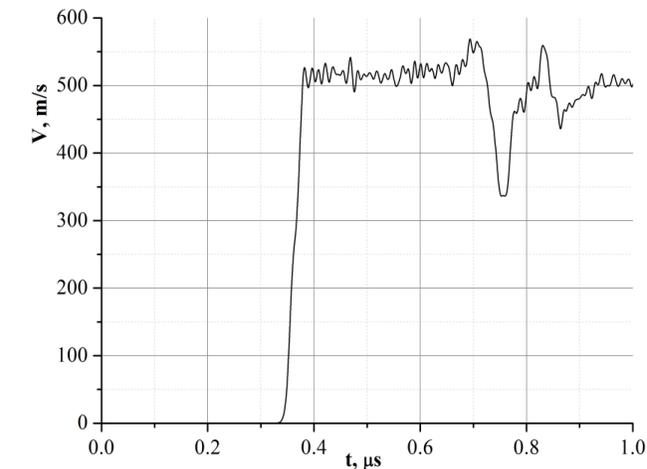
Скорость тыльной поверхности преграды при нагружении вдоль направления $[111]$, два другие направления совпадали с направлениями $[1\bar{1}\bar{1}]$ и $[11\bar{1}]$



Скорость тыльной поверхности преграды при нагружении вдоль направления $[011]$, два другие направления совпадали с направлениями $[0\bar{1}\bar{1}]$ и $[001]$



Скорость тыльной поверхности преграды при нагружении вдоль направления $[001]$, два другие направления совпадали с направлениями КГО $[010]$ и $[100]$



Вывод: в элементах конструкций, выполненных из материалов с кубической симметрией свойств равномерная объемная деформация соответствует равномерному давлению только в двух случаях: при совпадении направлений расчетной системы координат кристаллографическим направлениям $[001]$, $[010]$, $[100]$, а также $[111]$, $[1\bar{1}\bar{1}]$ и $[11\bar{1}]$. При иных направлениях нагружения в условиях упругопластических деформаций равномерной объемной деформации соответствует анизотропное давление. Это изменяет скорость распространения пластических волн и влияет откольное разрушение.